

## 易错警示

## 二次根式有意义的条件与分式有意义的条件

二次根式有意义的条件是被开方数大于或等于0,分式有意义的条件是分母不等于0,二者不可混淆.

- 8.2 【解析】 $\because (a-1)^2 + |b-2| = 0, \therefore a-1=0, b-2=0$ , 解得  $a=1, b=2, \therefore ab=1 \times 2=2$ , 故答案为 2.

## 关键点拨

## 非负数的性质

几个非负数的和为0时,这几个非负数都为0.

9.  $2b(a-b)^2$  【解析】 $2a^2b-4ab^2+2b^3=2b(a^2-2ab+b^2)=2b(a-b)^2$ , 故答案为  $2b(a-b)^2$ .

10.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  【解析】 $\sqrt{3}-\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{48}}{6}=\sqrt{3}-\frac{4\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 故答案为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

- 11.2 【解析】 $\because a^2-2b+1=0, \therefore a^2+1=2b, \therefore \frac{4b}{a^2+1}=\frac{4b}{2b}=2$ , 故答案为 2.

12.  $n^2-2n+3$  【解析】题图(1)有2个三角形, 记作  $a_1=0^2+2=2$ ;

题图(2)有3个三角形, 记作  $a_2=1^2+2=3$ ;

题图(3)有6个三角形, 记作  $a_3=2^2+2=6$ ;

题图(4)有11个三角形, 记作  $a_4=3^2+2=11$ ,

按此方法继续下去, 则  $a_n=(n-1)^2+2=n^2-2n+3$ . 故答案为  $n^2-2n+3$ .

13. 【解】 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2\sin 60^\circ+\sqrt{12}+1-\sqrt{3}=1-2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{4 \times 3}+1-\sqrt{3}=1-\sqrt{3}+\sqrt{12}+1-\sqrt{3}=1-\sqrt{3}+2\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=2$ .

$$=2-2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}+2 \sqrt{3}+\sqrt{3}$$

$$=2-\sqrt{3}+2 \sqrt{3}+\sqrt{3}$$

$$=2+2 \sqrt{3}.$$

14. 【解】 $[(2x+y)(2x-y)+y(y-2x)] \div x=(4x^2-y^2+y^2-2xy) \div x=(4x^2-2xy) \div x=4x-2y$ . 当  $x=1, y=-2$  时, 原式  $=4 \times 1-2 \times (-2)=8$ .

15. 【解】原式  $=\frac{x-1+x+1}{x-1} \div \frac{x(x+1)}{(x-1)^2}+\frac{2(1-x)}{(x+1)(x-1)}$   
 $=\frac{2x}{x-1} \times \frac{(x-1)^2}{x(x+1)}+\frac{2(1-x)}{(x+1)(x-1)}$   
 $=\frac{2(x-1)}{x+1}-\frac{2}{x+1}=\frac{2x-4}{x+1}.$

$\because x \neq 0$  且  $x \neq \pm 1, \therefore x=2$ . 当  $x=2$  时, 原式  $=\frac{2 \times 2-4}{2+1}=0$ .

16. 【解】(1) 根据题意可得  $2\{1, 2, 3, 4\}=\{2, 4, 6, 8\}=2 \times 8-4 \times 6=-8$ , 故答案为 -8.

(2)  $\{1, 2, 3, 4\} \rightarrow (1, 2)=\{1, 2, 3, 4\}+2\{1, 2, 3, 4\}=4 \times 1-2 \times 3-8=-10$ , 故答案为 -10.

(3) 设输出一个“微笑”的“卷积”是  $\{a, b, c, d\} \rightarrow (4, 3)$ , 则可得  $\{a, b, c, d\} \rightarrow (4, 3)=25$ .

$$\therefore \{a, b, c, d\} \rightarrow (4, 3)=4\{a, b, c, d\}+3\{a, b, c, d\}$$

$$=\{4a, 4b, 4c, 4d\}+\{3a, 3b, 3c, 3d\}$$

$$=16ad-16bc+9ad-9bc=25ad-25bc,$$

$$\therefore 25ad-25bc=25, \therefore ad-bc=1,$$

故可输出一个“微笑”的“卷积”是  $\{1, 1, 2, 3\} \rightarrow (4, 3)$  (答案不唯一).

## 第二章 方程(组)与不等式(组)

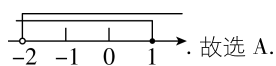
## A 湖南真题诊断练

## 刷诊断

1. A 【解析】把  $x=1$  代入  $2x+m=5$ , 得  $2+m=5$ , 解得  $m=3$ . 故选 A.

2. A 【解析】 $\frac{1}{x}=\frac{2}{x+1}$ , 方程两边同时乘  $x(x+1)$ , 得  $x+1=2x$ . 故选 A.

3. A 【解析】由  $2x+4>0$  得  $x>-2$ , 由  $x-1 \leq 0$  得  $x \leq 1$ , 则不等式组的解集为  $-2<x \leq 1$ , 解集在数轴上表示为



4. C 【解析】由题意可列方程组  $\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94, \end{cases}$  故选 C.

5.  $x=\frac{5}{4}$  【解析】 $\frac{3}{x+1}=\frac{2}{2x-1}$ , 去分母, 得  $3(2x-1)=2(x+1)$ , 去

括号, 得  $6x-3=2x+2$ , 移项, 得  $6x-2x=3+2$ , 合并同类项, 得

$4x=5$ , 系数化为1, 得  $x=\frac{5}{4}$ . 检验: 当  $x=\frac{5}{4}$  时,  $(x+1)(2x-$

$1)=\left(\frac{5}{4}+1\right) \times\left(2 \times \frac{5}{4}-1\right)=\frac{9}{4} \times \frac{3}{2}=\frac{27}{8} \neq 0$ ,  $\therefore x=\frac{5}{4}$  是原分

式方程的解. 故答案为  $x=\frac{5}{4}$ .

6. -1 2 【解析】 $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+mx-2=0$  的一个根为 -1,  $\therefore 1-m-2=0$ , 解得  $m=-1$ . 设原方程的另一个根为  $x_2$ , 则  $-x_2=-2, \therefore x_2=2$ . 故答案为 -1, 2.

## 关键点拨

## 一元二次方程根与系数的关系

若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$  的两个实

数根, 则  $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, x_1x_2=\frac{c}{a}$ .

7.  $x=4$  【解析】 $\because$  关于  $x$  的分式方程  $\frac{1}{x-4}-\frac{m}{4-x}=1(m$  为常数)

有增根,  $\therefore x-4=0$ , 解得  $x=4$ . 故答案为  $x=4$ .

8.2 【解析】由题意得  $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 2k = 0$ , 解得  $k=2$ , 故答案为 2.

9.2009 【解析】设这位参与者的出生年份对应的四位数为  $x$ , 选取的数字为  $m$ , 则  $(10m+4.6) \times 10 + 1978 - x = 915$ ,  $\therefore 100m + 46 + 1978 - x = 915$ ,  $\therefore x = 1109 + 100m$ .  $\therefore$  现场参与者均为在校中学生,  $\therefore$  这位参与者的出生时间应该在 2000 年后,  $\therefore m=9$ ,  $\therefore x=2009$ , 即这位参与者的出生年份为 2009. 故答案为 2009.

10. ①18 ②7 【解析】①当  $m = \frac{1}{3}$ ,  $x_1 = 9$  时,  $\left(\frac{1}{3} \times 9 - 2\right) \times \left(\frac{1}{3}x_2 - 2\right) = 4$ , 解得  $x_2 = 18$ , 故答案为 18. ②当  $m, x_1, x_2$  为正整数时,  $(mx_1 - 2), (mx_2 - 2)$  均为整数,  $mx_1 \geq 1, mx_2 \geq 1$ ,  $\therefore mx_1 - 2 \geq -1, mx_2 - 2 \geq -1$ . 而  $4 = 1 \times 4 = 2 \times 2 = 4 \times 1$ ,  $\therefore \begin{cases} mx_1 - 2 = 1, \\ mx_2 - 2 = 4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} mx_1 - 2 = 2, \\ mx_2 - 2 = 2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} mx_1 - 2 = 4, \\ mx_2 - 2 = 1 \end{cases}$ ,  $\therefore \begin{cases} mx_1 = 3, \\ mx_2 = 6 \end{cases}$  或  $\begin{cases} mx_1 = 4, \\ mx_2 = 4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} mx_1 = 6, \\ mx_2 = 3 \end{cases}$ . 当  $\begin{cases} mx_1 = 3, \\ mx_2 = 6 \end{cases}$  时,  $m=1$  时,  $x_1=3, x_2=6$ ;  $m=3$  时,  $x_1=1, x_2=2$ . 故  $(x_1, x_2)$  为  $(3, 6), (1, 2)$ , 共 2 个. 当  $\begin{cases} mx_1 = 4, \\ mx_2 = 4 \end{cases}$  时,  $m=1$  时,  $x_1=4, x_2=4$ ;  $m=2$  时,  $x_1=2, x_2=2$ ;  $m=4$  时,  $x_1=1, x_2=1$ . 故  $(x_1, x_2)$  为  $(4, 4), (2, 2), (1, 1)$ , 共 3 个. 当  $\begin{cases} mx_1 = 6, \\ mx_2 = 3 \end{cases}$  时,  $m=1$  时,  $x_1=6, x_2=3$ ;  $m=3$  时,  $x_1=2, x_2=1$ . 故  $(x_1, x_2)$  为  $(6, 3), (2, 1)$ , 共 2 个. 综上所述, 符合条件的有序实数对  $(x_1, x_2)$  有  $2+3+2=7$  (个). 故答案为 7.

11. (1)2 (2)①② 【解析】(1)  $\because a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三条边长, 且  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $\therefore a = b = c$ ,  $\therefore t = \left(\frac{a}{c}\right)^k + \left(\frac{b}{c}\right)^k = 1^k + 1^k = 1 + 1 = 2$ , 故答案为 2. (2)①当  $k=2, t=1$  时,  $\therefore t = \left(\frac{a}{c}\right)^k + \left(\frac{b}{c}\right)^k, \therefore \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1, \therefore \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1, \therefore a^2 + b^2 = c^2, \therefore \triangle ABC$  为直角三角形, 故①正确.

②当  $k=1, a = \frac{1}{2}b+2, c=1$  时,  $\therefore t = \left(\frac{a}{c}\right)^k + \left(\frac{b}{c}\right)^k, \therefore t = \frac{\frac{1}{2}b+2}{1} + \frac{b}{1} = \frac{3}{2}b+2$ . 当  $a \geq b$  时, 根据三角形的三边关系得  $\begin{cases} \frac{1}{2}b+2-b < 1, \\ \frac{1}{2}b+2 \geq b, \end{cases} \therefore 2 < b \leq 4$ ; 当  $a < b$  时, 根据三角形的三边关系

$$\begin{cases} b - \frac{1}{2}b - 2 < 1, \\ \frac{1}{2}b + 2 < b, \end{cases} \therefore 4 < b < 6, \therefore 2 < b < 6. \therefore t = \frac{3}{2}b + 2, \therefore t \text{ 随 } b \text{ 的} \\ \text{增大而增大, 当 } b=2 \text{ 时, } t=5, \text{ 当 } b=6 \text{ 时, } t=11, \therefore 5 < t < 11, \text{ 故} \\ \text{②正确.}$$

③当  $k=1$  时,  $t = \left(\frac{a}{c}\right)^k + \left(\frac{b}{c}\right)^k = \frac{a+b}{c}$ .  $\therefore t \leq \frac{5}{3}, \therefore \frac{a+b}{c} \leq \frac{5}{3}$ ,  $\therefore a+b \leq \frac{5}{3}c$ .  $\because a, b, c$  是三个连续整数,  $a < b < c$ ,  $\therefore$  不妨设  $c = n+2$ , 则  $a = n, b = n+1$  ( $n$  为正整数).  $\therefore c < a+b \leq \frac{5}{3}c, \therefore n+2 < n+n+1 \leq \frac{5}{3}(n+2)$ , 解得  $1 < n \leq 7$ ,  $\therefore$  符合题意的  $n$  的值有 2, 3, 4, 5, 6, 7, 共 6 个,  $\therefore$  符合题意的  $a, b, c$  的取值一共有 6 组,  $\therefore$  满足条件的  $\triangle ABC$  的个数为 6, 故③错误. 故答案为 ①②.

$$12. \text{【解】} \begin{cases} 1+2x > x-6, \text{①} \\ 4x \leq 3x+2. \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得  $x > -7$ ,

解不等式②, 得  $x \leq 2$ ,

$\therefore$  不等式组的解集为  $-7 < x \leq 2$ .

13.【解】(1) 设每千克 A 等级农产品的销售单价为  $x$  元, 每千克 B 等级农产品的销售单价为  $y$  元. 由题意得

$$\begin{cases} 6x+4y=112, \\ 4x+2y=68, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=12, \\ y=10. \end{cases}$$

答: 每千克 A 等级农产品的销售单价为 12 元, 每千克 B 等级农产品的销售单价为 10 元.

(2) 设需加工 A 等级农产品  $m$  千克, 则需加工 B 等级农产品  $(6000-m)$  千克.

由题意得  $(12-8)m + (10-8)(6000-m) \geq 16000$ , 解得  $m \geq 2000$ .

答: 至少需加工 A 等级农产品 2000 千克.

14.【解】(1) 设这两个月中该景区游客人数的月平均增长率为  $x$ .

由题意可得  $1.6(1+x)^2 = 2.5$ ,

解得  $x_1 = 0.25 = 25\%$ ,  $x_2 = -\frac{9}{4}$  (不合题意, 舍去).

答: 这两个月中该景区游客人数的月平均增长率为 25%.

(2) 设 5 月份后 10 天日均接待游客人数是  $a$  万人.

由题意可得  $2.125 + 10a \leq 2.5(1+25\%)$ , 解得  $a \leq 0.1$ .

答: 5 月份后 10 天日均接待游客人数最多是 0.1 万人.

## B 考点突破练

## 考点5 一次方程(组)

## 刷基础

1. C 【解析】 $2x-6=4$ , 移项、合并同类项, 得  $2x=10$ , 系数化为 1, 得  $x=5$ . 故选 C.

2. A 【解析】 $\because 2mx+2n=-8, \therefore mx+n=-4$ , 由题表可知此时  $x=0, \therefore$  关于  $x$  的方程  $2mx+2n=-8$  的解为  $x=0$ , 故选 A.

3. A 【解析】根据题意, 得  $2a \div 2=3$ , 解得  $a=3$ . 把  $a=3$  代入一元一次方程  $2a+x=3$ , 得  $2 \times 3+x=3$ , 解得  $x=-3$ . 故选 A.

4. 【解】(1)  $3(x+1)=2x-5$ ,

去括号, 得  $3x+3=2x-5$ ,

移项, 得  $3x-2x=-5-3$ ,

合并同类项, 得  $x=-8$ .

$$(2) \begin{cases} 3x-4(x-2y)=5, \\ x-2y=1, \end{cases}$$

$$\text{整理得} \begin{cases} -x+8y=5, \text{①} \\ x-2y=1, \text{②} \end{cases}$$

①+②得  $6y=6$ , 解得  $y=1$ ,

把  $y=1$  代入②得  $x-2 \times 1=1$ , 解得  $x=3, \therefore$  原方程组的解

$$\text{为} \begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$$

5. B 【解析】根据题意得  $\begin{cases} 5x+y=3, \\ x+5y=2. \end{cases}$  故选 B.

6. 【解】(1) 设一片国槐树叶一年的平均滞尘量为  $x$  mg, 一片银

杏树叶一年的平均滞尘量为  $y$  mg. 根据题意得  $\begin{cases} 2x-4=y, \\ x+y=62, \end{cases}$  解

$$\text{得} \begin{cases} x=22, \\ y=40. \end{cases}$$

答: 一片国槐树叶一年的平均滞尘量为 22 mg, 一片银杏树叶一年的平均滞尘量为 40 mg.

(2) 根据题意得  $40 \times 50\,000 = 2\,000\,000$  (mg),

$2\,000\,000$  mg = 2 kg.

答: 这三棵银杏树一年的平均滞尘总量约为 2 kg.

## 刷易错

7. 【解】(1) 圆圆的解答过程有错误, 正确的解答过程如下:

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x-3}{3} = 1, \text{去分母, 得 } 3(x+1) - 2(x-3) = 6, \text{去括号, 得 } 3x +$$

$$3 - 2x + 6 = 6, \text{移项、合并同类项, 得 } x = -3.$$

$$(2) \frac{x+1}{0.2} - \frac{x-3}{0.3} = 1, \text{整理得 } 5(x+1) - \frac{10(x-3)}{3} = 1,$$

$$\text{去分母, 得 } 15(x+1) - 10(x-3) = 3, \text{去括号, 得 } 15x + 15 - 10x +$$

$$30 = 3, \text{移项, 得 } 15x - 10x = 3 - 15 - 30, \text{合并同类项, 得 } 5x = -42,$$

系数化为 1, 得  $x = -\frac{42}{5}$ .

## 易错警示

## 解一元一次方程的注意事项

(1) 去分母时不含分母的项不要漏乘公分母, 分子如果是多项式或者负数要加括号; (2) 去括号时不要漏乘括号内的项, 括号前是“-”时注意要变号; (3) 移项时移到等号另一边的项符号要改变, 不能丢项.

## 刷提升

1. B 【解析】 $\because$  方程组  $\begin{cases} ax+by=c_1, \\ mx+ny=c_2 \end{cases}$  的解是  $\begin{cases} x=2, \\ y=3, \end{cases}$  方程组

$$\begin{cases} a(x-1)+3by=2c_1, \\ m(x-1)+3ny=2c_2 \end{cases} \text{可化为} \begin{cases} a\left(\frac{x-1}{2}\right)+\frac{3}{2}by=c_1, \\ m\left(\frac{x-1}{2}\right)+\frac{3}{2}ny=c_2, \end{cases} \therefore \begin{cases} \frac{x-1}{2}=2, \\ \frac{3y}{2}=3, \end{cases}$$

$$\text{即} \begin{cases} x=5, \\ y=2, \end{cases} \text{故选 B.}$$

2. A 【解析】将  $a=1$  代入原方程组得  $\begin{cases} x+2y=3, \\ 4x-y=6, \end{cases}$  解得

$$\begin{cases} x=\frac{5}{3}, \\ y=\frac{2}{3}, \end{cases} \text{将其代入 } x-y=2a-1, \text{解得 } a=1, \therefore \text{当 } a=1 \text{ 时, 方程}$$

组的解也是方程  $x-y=2a-1$  的解, 故①正确. 方程组

$$\begin{cases} x+2y=6-3a, \text{①} \\ 4x-y=6a, \text{②} \end{cases} \text{①+②, 得 } 5x+y=6+3a, \text{当 } 5x+y=3 \text{ 时, } 6+$$

$3a=3$ , 解得  $a=-1$ , 故②正确. 假设  $x+y=0$ , 代入

$$\begin{cases} x+2y=6-3a, \\ 4x-y=6a, \end{cases} \text{解得 } a=\frac{10}{3}, \text{此时 } x=4, y=-4, \text{互为相反数, 故}$$

$$\text{③错误. 解方程} \begin{cases} x+2y=6-3a, \\ 4x-y=6a, \end{cases} \text{得} \begin{cases} x=\frac{2+3a}{3}, \\ y=\frac{8-6a}{3}, \end{cases} \text{当 } a=\frac{1}{3} \text{ 时, } x=1,$$

$$y=2; \text{当 } a=\frac{4}{3} \text{ 时, } x=2, y=0; \text{当 } a=-\frac{2}{3} \text{ 时, } x=0, y=4, \therefore x, y$$

都为自然数的解有 3 对, 故④错误. 综上所述, ①②正确, 故选 A.

3. D 【解析】已知买公鸡  $x$  只, 母鸡  $y$  只, 则买小鸡  $(100-x-y)$  只.

$$\text{由题意得, } 5x+3y+\frac{100-x-y}{3}=100, \text{即 } 7x+4y=100, \text{由于 } x, y,$$

$100-x-y$  均为正整数, 所以方程  $7x+4y=100$  的正整数解只有

$$\begin{cases} x=4, \\ y=18 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x=8, \\ y=11 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x=12, \\ y=4, \end{cases} \text{故选 D.}$$

4. -15 【解析】当  $x=1$  时,  $0=a+b+c+d+e+f. \therefore f=-1, \therefore a+b+c+$

$$d+e=1. \text{① 当 } x=-1 \text{ 时, } -32=-a+b-c+d-e-1, \therefore a-b+c-d+e=$$

31. ② ①-②, 得  $2b+2d=-30$ ,  $\therefore b+d=-15$ . 故答案为  $-15$ .

5. 24 【解析】设顶层的灯有  $x$  盏. 由题意, 得  $x+2x+4x+8x+16x+32x+64x=381$ , 解得  $x=3$ ,  $\therefore$  塔的顶层有 3 盏灯. 故最中间层灯的盏数为  $8x=24$ . 故答案为 24.

6. 【解】由题意可知, 这个三位数的百位数字是 6. 设这个三位数的十位数字为  $x$ , 个位数字为  $y$ . 根据题意可得

$$\begin{cases} x+y=2 \times 6, \\ y-2=x+2, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} x+y=12, \\ y-x=4, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=4, \\ y=8, \end{cases} \therefore \text{ 这个三位数是 } 648.$$

答: 这个三位数是 648.

## 刷素养

7. 【解】(1) 设 1 辆 A 型车、B 型车都载满货物一次可分别运货  $x$  吨、 $y$  吨. 依题意列方程组得  $\begin{cases} 3x+2y=17, \\ 2x+3y=18, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=3, \\ y=4. \end{cases}$

答: 1 辆 A 型车载满货物一次可运货 3 吨, 1 辆 B 型车载满货物一次可运货 4 吨.

(2) 结合题意和 (1) 得  $3a+4b=35$ ,  $\therefore a=\frac{35-4b}{3}$ .  $\therefore a, b$  都是正

整数,  $\therefore \begin{cases} a=9, \\ b=2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a=5, \\ b=5 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a=1, \\ b=8. \end{cases}$

答: 有 3 种租车方案, 分别是方案一: 租用 A 型车 9 辆, 租用 B 型车 2 辆; 方案二: 租用 A 型车 5 辆, 租用 B 型车 5 辆; 方案三: 租用 A 型车 1 辆, 租用 B 型车 8 辆.

(3)  $\because$  A 型车每辆需租金 200 元/次, B 型车每辆需租金 240 元/次,  $\therefore$  方案一需租金  $9 \times 200 + 2 \times 240 = 2\,280$  (元), 方案二需租金  $5 \times 200 + 5 \times 240 = 2\,200$  (元), 方案三需租金  $1 \times 200 + 8 \times 240 = 2\,120$  (元).

$\therefore 2\,280 > 2\,200 > 2\,120$ ,  $\therefore$  最省钱的租车方案是租用 A 型车 1 辆, 租用 B 型车 8 辆, 最少租车费为 2 120 元.

## 考点 6 分式方程

## 刷基础

1. A 【解析】 $\because$  当  $x=-4$  时, 分式  $\frac{3x-n}{x+m}$  无意义,  $\therefore -4+m=0$ ,  $\therefore m=4$ .  $\because$  当  $x=2$  时,  $\frac{3x-n}{x+m}=0$ ,  $\therefore$  当  $x=2$  时,  $3x-n=0$ ,  $x+m \neq 0$ ,  $\therefore n=6$ .  $\because$  当  $x=0$  时,  $\frac{3x-n}{x+m}=b$ ,  $\therefore b=\frac{-n}{m}=\frac{-6}{4}=-\frac{3}{2}$ .  $\therefore$  当  $x=a$  时,  $\frac{3x-n}{x+m}=1$ ,  $\therefore \frac{3a-6}{a+4}=1$ , 解得  $a=5$ , 经检验,  $a=5$  是原方程的解. 故选 A.

2. B 【解析】原分式方程两边同乘  $x(x+4)$ , 得  $2(x+4)-3x=0$ . 故选 B.

3.  $x=\frac{3}{2}$  【解析】 $\frac{2x-3}{x-1}+\frac{1}{2(x-1)}=1$ ,  $2(2x-3)+1=2(x-1)$ ,  $4x-5=2x-2$ ,  $2x=3$ , 解得  $x=\frac{3}{2}$ . 经检验,  $x=\frac{3}{2}$  是原方程的解. 故答案为  $x=\frac{3}{2}$ .

4.  $\frac{2}{5}$  【解析】 $\because$  关于  $x$  的分式方程  $\frac{1}{x+2}=\frac{k}{x-1}$  的解是  $x=3$ ,  $\therefore \frac{1}{3+2}=\frac{k}{3-1}$ , 解得  $k=\frac{2}{5}$ , 故答案为  $\frac{2}{5}$ .

5. 3 【解析】 $\frac{k}{x-1}=\frac{x+2}{x-1}+1$ , 去分母得,  $k=x+2+x-1$ .  $\because$  关于  $x$  的分式方程  $\frac{k}{x-1}=\frac{x+2}{x-1}+1$  有增根,  $\therefore x=1$ ,  $\therefore k=x+2+x-1=3$ , 故答案为 3.

## 方法技巧

### 分式方程的增根

遇到分式方程有增根的问题可按如下步骤进行解答:

- ① 让最简公分母为 0 确定增根;
- ② 化分式方程为整式方程;
- ③ 把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

6. 【解】 $\frac{4x}{x-2}=1-\frac{8}{2-x}$ , 去分母, 得  $4x=x-2+8$ , 移项、合并同类项, 得  $3x=6$ , 系数化为 1, 得  $x=2$ . 检验: 当  $x=2$  时,  $x-2=0$ , 则  $x=2$  是分式方程的增根, 故原方程无解.

7. A 【解析】根据题意, 得  $\frac{300}{3x}=\frac{200}{x}-5$ , 故选 A.

8. 【解】设 B 型机器狗每小时搬运  $x$  千克货物, 则 A 型机器狗每小时搬运  $1.2x$  千克货物. 根据题意得  $\frac{300}{x}-\frac{300}{1.2x}=1$ , 解得  $x=50$ , 经检验,  $x=50$  是分式方程的解且符合题意, 则  $1.2x=60$ . 答: A 型机器狗每小时搬运 60 千克货物, B 型机器狗每小时搬运 50 千克货物.

## 刷易错

9. -1 或 3 或  $-\frac{3}{7}$  【解析】 $\frac{1}{x-3}+\frac{m}{x+3}=\frac{3+m}{x^2-9}$ , 方程两边同乘  $(x+3)(x-3)$  得  $(x+3)+m(x-3)=3+m$ , 化简得  $(m+1)x=4m$ . 当  $m=-1$  时, 方程无解. 当  $x=\pm 3$  时, 分母为零, 分式方程无解. 把  $x=3$  代入  $(m+1)x=4m$ , 得  $3(m+1)=4m$ , 解得  $m=3$ ; 把  $x=-3$  代入  $(m+1)x=4m$ , 得  $-3(m+1)=4m$ , 解得  $m=-\frac{3}{7}$ . 综上所述,  $m=-1$  或 3 或  $-\frac{3}{7}$ . 故答案是 -1 或 3 或  $-\frac{3}{7}$ .

## 易错警示

## 分式方程无解的两种情况

(1) 原分式方程存在增根; (2) 原分式方程去掉分母后, 整式方程无解.

## 刷提升

1. C 【解析】原分式方程可化为  $\frac{a}{x-3} - 1 = -\frac{1}{x-3}$ , 方程两边同乘  $x-3$  得,  $a-(x-3) = -1$ , 去括号得,  $a-x+3 = -1$ , 移项、合并同类项得,  $-x = -4-a$ , 系数化为 1 得,  $x = a+4$ .  $\therefore$  原分式方程的解为正数,  $\therefore x > 0, x \neq 3$ , 即  $a+4 > 0, a+4 \neq 3$ , 解得  $a > -4$  且  $a \neq -1$ , 故选 C.

2. A 【解析】已知加入  $x$  克盐, 原溶液中盐的质量为  $100 \times 5\% = 5$  (克), 则可得  $\frac{5+x}{100+x} = \frac{10}{100}$ , 故选 A.

3.  $x=5$  【解析】根据题意, 可得  $\frac{2}{x-2} + \frac{1}{4-2x} = \frac{1}{2}$ , 等号两边同时乘  $2(x-2)$ , 得  $4-1=x-2$ , 移项、合并同类项, 得  $-x = -5$ , 系数化为 1, 得  $x=5$ , 经检验,  $x=5$  是原方程的解,  $\therefore$  该方程的解为  $x=5$ . 故答案为  $x=5$ .

4. 【解】(1) 设 A 款吉祥物的销售单价是  $a$  元/个, 则 B 款吉祥物的销售单价是  $(a+20)$  元/个. 根据题意得  $\frac{400}{a} = \frac{600}{a+20}$ , 解得  $a=40$ , 经检验,  $a=40$  是原分式方程的解且符合实际,  $\therefore a+20=60$ .  
答: A 款吉祥物的销售单价是 40 元/个, B 款吉祥物的销售单价是 60 元/个.

(2) 设购进 A 款吉祥物  $x$  个, 利润为  $w$  元, 则购进 B 款吉祥物  $(60-x)$  个. 根据题意得,  $w = (40-25)x + (60-48)(60-x) = 3x+720$ .

$\therefore$  B 款吉祥物数量不低于 A 款吉祥物数量的 2 倍,  $\therefore 2x \leq 60-x$ , 解得  $x \leq 20$ .  $\because k=3 > 0$ ,  $\therefore w$  随  $x$  的增大而增大,  $\therefore$  当  $x=20$  时,  $w$  取得最大值, 此时  $w=780, 60-x=40$ .

答: 当购进 A 款吉祥物 20 个, B 款吉祥物 40 个时, 能使这批吉祥物全部售出后所获利润最大, 最大利润是 780 元.

## 刷素养

5. 【解】(1)  $\because AB=x, BC=2$ , 矩形  $ABDE$  和矩形  $ACGH$  的面积均为 60,  $\therefore BD = \frac{60}{x}, BF = CG = \frac{60}{x+2}, \therefore DF = BD - BF = \frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = \frac{120}{x(x+2)}$ , 故选 CD.

(2) 根据题意可列方程为  $\frac{60}{x+2} - \frac{20}{x} = 5$ ,  
故答案为  $\frac{60}{x+2} - \frac{20}{x} = 5$ .

(3) 构造如图所示的图形,  $BC=x$ ,

$CE=3, CG=1$ , 矩形  $ABGH$  的面积为

1, 矩形  $ABEF$  的面积为 2, 则  $EF =$

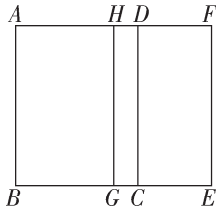
$\frac{2}{x+3}, GH = \frac{1}{x-1}$ .  $\because$  矩形  $ABGH$  中,  $AB =$

$GH$ , 矩形  $ABEF$  中,  $AB = EF$ ,

$\therefore EF = GH$ .

根据图形可知  $\frac{S_{\text{矩形}ABEF}}{S_{\text{矩形}EFHG}} = \frac{EF \cdot BE}{EF \cdot GE} = \frac{BE}{GE}$ , 所以  $\frac{2}{2-1} = \frac{x+3}{1+3}$ , 解得

$x=5$ .



## 考点7 一元二次方程

## 刷基础

1. A 【解析】 $\because 6x^{m-1} - 2x + 1 = 0$  是关于  $x$  的一元二次方程,  $\therefore m-1=2, \therefore m=3$ . 故选 A.

2. D 【解析】 $\because$  方程  $x^2 - 4x + k = 0$  的一个根是 3,  $\therefore 3^2 - 4 \times 3 + k = 0, \therefore k=3$ . 故选 D.

3. 【解】(1)  $x^2 + 4x - 5 = 0$ ,  
 $x^2 + 4x = 5, x^2 + 4x + 4 = 5 + 4$ ,  
 $(x+2)^2 = 9$ ,  
 $x+2 = \pm 3$ ,  
 $x = -2 \pm 3$ ,  
解得  $x_1 = 1, x_2 = -5$ .  
(2)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$ ,  
 $a=2, b=-7, c=3$ .  
 $\because b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 25 > 0$ ,  
 $\therefore x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7 \pm 5}{4}, \therefore x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{2}$ .

(3)  $(x-3)^2 + 2x(x-3) = 0$ ,

$(x-3+2x)(x-3) = 0$ ,

$(3x-3)(x-3) = 0$ ,

即  $3x-3=0$  或  $x-3=0$ ,

解得  $x_1 = 1, x_2 = 3$ .

(4)  $x^2 - 4x - 3 = 0$ ,

$x^2 - 4x = 3, x^2 - 4x + 4 = 3 + 4$ ,

$(x-2)^2 = 7$ ,

$x-2 = \pm\sqrt{7}$ ,

$x = 2 \pm \sqrt{7}$ ,

$\therefore x_1 = 2 + \sqrt{7}, x_2 = 2 - \sqrt{7}$ .

4. A 【解析】 $\because$  关于  $x$  的方程  $x^2 + 5x + c = 0$  有两个相等的实数根,  $\therefore \Delta = 25 - 4c = 0$ , 解得  $c = \frac{25}{4}$ , 故选 A.

5. A 【解析】由条件可知  $\Delta = 2^2 - 4 \times (k-1) \times 1 < 0$  且  $k-1 \neq 0$ ,  $\therefore k > 2$ , 故选 A.

6. D 【解析】A 选项,  $\Delta = p^2 - 4 \times 1 \times q = p^2 - 4q$ , 不能判断  $\Delta$  与 0 的大小关系, 故不符合题意;  
B 选项,  $\Delta = (-p)^2 - 4 \times 1 \times q = p^2 - 4q$ , 不能判断  $\Delta$  与 0 的大小关系, 故不符合题意;  
C 选项,  $\Delta = (-q)^2 - 4 \times 1 \times p = q^2 - 4p$ , 不能判断  $\Delta$  与 0 的大小关系, 故不符合题意;  
D 选项,  $\Delta = p^2 - 4 \times 1 \times (-q) = p^2 + 4q$ , 因为  $q > 0$ , 所以  $\Delta = p^2 + 4q > 0$ , 所以方程  $x^2 + px - q = 0$  一定有两个不相等的实数根, 故符合题意. 故选 D.

## ☆ 关键点拨

一元二次方程根的情况与  $\Delta = b^2 - 4ac$  的关系

- (1) 方程有两个不相等的实数根, 则  $\Delta > 0$ ;  
(2) 方程有两个相等的实数根, 则  $\Delta = 0$ ;  
(3) 方程没有实数根, 则  $\Delta < 0$ .

7. C 【解析】设方程的一根为  $m$ , 则另一根为  $4m$ ,  $\therefore m + 4m = -10$ , 解得  $m = -2$ . 又  $\therefore m \times 4m = 2a + 6$ ,  $\therefore (-2) \times 4 \times (-2) = 2a + 6$ , 解得  $a = 5$ , 故选 C.

8.  $-\frac{2}{3}$  【解析】 $\therefore$  一元二次方程  $x^2 + 2x + m = 0$  的两个根为  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $\therefore x_1 + x_2 = -2$ ,  $x_1 x_2 = m$ .  $\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ ,  $\therefore \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 3$ ,  $\therefore \frac{-2}{m} = 3$ ,  $\therefore m = -\frac{2}{3}$ , 故答案为  $-\frac{2}{3}$ .

9. 【解】(1) 根据题意得  $\Delta = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) \geq 0$ , 解得  $m \geq 2$ .  
(2)  $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ ,  $x_1 x_2 = m^2 + 5$ .  
 $\therefore (x_1 - 1)(x_2 - 1) = 28$ , 即  $x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = 28$ ,  $\therefore m^2 + 5 - 2(m+1) + 1 = 28$ , 即  $m^2 - 2m - 24 = 0$ , 解得  $m_1 = 6$ ,  $m_2 = -4$ .  
由(1)得  $m \geq 2$ ,  $\therefore m$  的值为 6.  
(3) 当 7 为等腰三角形的腰长时,  $x = 7$  是一元二次方程  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  的一个解, 把  $x = 7$  代入方程得  $49 - 14(m+1) + m^2 + 5 = 0$ , 整理得  $m^2 - 14m + 40 = 0$ , 解得  $m_1 = 10$ ,  $m_2 = 4$ . 当  $m = 10$  时,  $x_1 + x_2 = 2(m+1) = 22$ , 令  $x_1 = 7$ , 解得  $x_2 = 15$ , 而  $7 + 7 < 15$ ,  $\therefore$  不能构成三角形, 故舍去; 当  $m = 4$  时,  $x_1 + x_2 = 2(m+1) = 10$ , 令  $x_1 = 7$ , 解得  $x_2 = 3$ , 而  $3 + 7 > 7$ ,  $\therefore$  能构成三角形, 则三角形周长为  $3 + 7 + 7 = 17$ . 当 7 为等腰三角形的底边长时,  $x_1 = x_2$ ,  $\therefore m = 2$ , 方程化为  $x^2 - 6x + 9 = 0$ , 解得  $x_1 = x_2 = 3$ , 而  $3 + 3 < 7$ ,  $\therefore$  不能构成三角形, 故舍去.  $\therefore$  这个三角形的周长为 17.

## 刷 易错

10.  $m \leq 5$  且  $m \neq 1$  【解析】 $\therefore$  关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + 4x + 1 = 0$  有实数解,  
 $\therefore \begin{cases} m-1 \neq 0, \\ \Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (m-1) \geq 0, \end{cases}$  解得  $m \leq 5$  且  $m \neq 1$ , 故答案为  $m \leq 5$  且  $m \neq 1$ .

## ☆ 易错警示

利用根的判别式求参数范围的易错点

利用根的判别式求参数的取值范围时, 容易忽略二次项系数不为 0 而致错, 故一定要保证一元二次方程的二次项系数不为 0.

## 刷 提升

1. B 【解析】①当  $x = -1$  时,  $a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c = a - b + c = 0$ ,  $\therefore$  方程必有一个根为  $-1$ , 故①错误, 不符合题意. ②若方程  $ax^2 + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 有两个不相等的实数根, 则  $-4ac > 0$ , 那么  $b^2 - 4ac > 0$ , 故方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 必有两个不相等的实数根, 故②正确, 符合题意. ③由  $c$  是方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的一个根, 得  $ac^2 + bc + c = c(ac + b + 1) = 0$ . 若  $c \neq 0$ , 则  $ac + b + 1 = 0$ ; 若  $c = 0$ , 则  $ac + b + 1$  不一定等于 0, 故③错误, 不符合题意. ④若  $x_0$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根, 可得  $x_0 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , 将其代入  $(2ax_0 + b)^2$ , 可得  $b^2 - 4ac = (2ax_0 + b)^2$ , 故④正确, 符合题意.  $\therefore$  正确的结论为②④, 故选 B.

2. D 【解析】 $\therefore a + ab + b = 8$ ,  $a - ab + b = 2k$ ,  $\therefore$  两式相加可得  $a + b = 4 + k$ , 两式相减可得  $ab = 4 - k$ , 则  $a, b$  可为方程  $x^2 - (4+k)x + 4 - k = 0$  的两个解.  $\therefore a, b$  是两个不相等的实数,  $\therefore \Delta = (4+k)^2 - 4(4-k) > 0$ , 即  $k^2 + 12k > 0$ ,  $k(k+12) > 0$ , 故可得  $\begin{cases} k > 0, \\ k + 12 > 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} k < 0, \\ k + 12 < 0 \end{cases}$ , 解得  $k > 0$  或  $k < -12$ , 故选 D.

3. C 【解析】 $\therefore (x-2)(x^2 - 4x + a) = 0$ ,  $\therefore x - 2 = 0$  或  $x^2 - 4x + a = 0$ . 当  $x - 2 = 0$  时,  $x = 2$ , 当  $x^2 - 4x + a = 0$  时, 结合题意可得方程有两个不相等的正实数根  $x_1, x_2$ ,  $\therefore \Delta = (-4)^2 - 4a > 0$ ,  $x_1 + x_2 = 4 > 2$ ,  $x_1 x_2 = a > 0$ , 解得  $0 < a < 4$ .  $\therefore$  方程  $(x-2)(x^2 - 4x + a) = 0$  的三个互不相等的实数根可作为三角形的三边长,  $\therefore |x_1 - x_2| < 2$ ,  $\therefore \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{16 - 4a} < 2$ ,  $\therefore 0 \leq 16 - 4a < 4$ , 解得  $3 < a \leq 4$ . 综上,  $3 < a < 4$ , 故选 C.

4.  $\frac{4}{5}$  【解析】 $\therefore 41 - \frac{1}{2} \cdot mn \times 4 = 1$ ,  $\therefore mn = 20$ . 由题图可得  $n + 1 = m$ , 联立得  $\begin{cases} mn = 20, \\ n + 1 = m, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} n = 4, \\ m = 5 \end{cases}$  (负值已舍去),  $\therefore \frac{n}{m} = \frac{4}{5}$ . 故答案为  $\frac{4}{5}$ .

5. (1)  $-\frac{1}{7}$  (2) -1 【解析】(1) 把  $x = 1$  代入  $y = 2x + 3$  中, 得  $y = 2 + 3 = 5$ , 再把  $y = 5$  代入  $y = \frac{x-2}{3x}$  中, 得  $5 = \frac{x-2}{3x}$ , 解得  $x = -\frac{1}{7}$ . 经检验,  $x = -\frac{1}{7}$  是原方程的解. 故答案为  $-\frac{1}{7}$ .  
(2) 设这个整数为  $m$ . 依题意得  $2m + 3 = \frac{m-2}{3m}$ , 整理得  $3m^2 +$



$4m+1=0$ , 解得  $m_1=-\frac{1}{3}$  (舍去),  $m_2=-1$ . 经检验,  $m=-1$  是原方程的解. 故答案为  $-1$ .

## 刷素养

6. 【解】(1) 根据题意得  $\frac{1}{2\ 023}+2\ 025=-b$ ,  $\frac{1}{2\ 023}\times 2\ 025=c$ ,  $\therefore b=-2\ 025\frac{1}{2\ 023}$ ,  $c=\frac{2\ 025}{2\ 023}$ .

(2) 存在.  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+2mx+m^2+m=0$  的两个实数根为  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ),  $\therefore \Delta = (2m)^2 - 4 \times 1 \times (m^2+m) = -4m > 0$ ,  $\therefore m < 0$ .  $\because x_1+x_2 = -2m$ ,  $x_1x_2 = m^2+m$ ,  $\therefore x_2 = -x_1-2m$ . 根据题意得  $x_2 = -2x_1+2$ ,  $\therefore -2x_1+2 = -x_1-2m$ , 即  $x_1 = 2m+2$ ,  $\therefore (2m+2)^2+2m(2m+2)+m^2+m=0$ ,  $\therefore 9m^2+13m+4=0$ , 解得  $m=-1$  或  $m=-\frac{4}{9}$ . 当  $m=-1$  时,  $x_1=2 \times (-1)+2=0$ , 则

$x_2 = -2 \times 0 + 2 = 2$ .  $\because 0 < 2$ ,  $\therefore x_1 < x_2$ , 符合题意. 当  $m=-\frac{4}{9}$  时,  $x_1 = 2 \times (-\frac{4}{9}) + 2 = \frac{10}{9}$ , 则  $x_2 = -2 \times \frac{10}{9} + 2 = -\frac{2}{9}$ .  $\because \frac{10}{9} > -\frac{2}{9}$ ,  $\therefore x_1 > x_2$ , 不符合题意. 综上,  $m=-1$ .

(3)  $(m^2-5m+6)x^2-(2m^2-7m+4)x+m^2-2m=0$ , 整理得  $[(m-2)x-m][(m-3)x-(m-2)]=0$ ,

解得  $x=\frac{m}{m-2}$  或  $x=\frac{m-2}{m-3}$ .  $\because m^2-5m+6 \neq 0$ , 即  $(m-3)(m-2) \neq 0$ ,  $\therefore m \neq 2$  且  $m \neq 3$ .  $\therefore \frac{m}{m-2} \neq \frac{m-2}{m-3}$ ,  $\therefore m(m-3) \neq (m-2)^2$ ,  $\therefore m \neq 4$ .

$\therefore$  该方程的“Deep”点为整点,  $\therefore \frac{m}{m-2}, \frac{m-2}{m-3}$  都是整数.

$\therefore \frac{m}{m-2} = \frac{m-2}{m-2} + \frac{2}{m-2} = 1 + \frac{2}{m-2}$ ,  $\frac{m-2}{m-3} = \frac{m-3}{m-3} + \frac{1}{m-3} = 1 + \frac{1}{m-3}$ ,

$\therefore \frac{2}{m-2}, \frac{1}{m-3}$  都是整数. 令  $m-2 = \frac{2}{k}$  ( $k$  为整数, 且  $k \neq 0$ ),  $m-$

$3 = \frac{1}{z}$  ( $z$  为整数, 且  $z \neq 0$ ),  $\therefore m-2 = \frac{1}{z} + 1 = \frac{1+z}{z}$ ,  $\therefore m-2$  的值

既满足  $\dots, -\frac{2}{5}, -\frac{2}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{2}, -\frac{2}{1}, \frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \dots$ ,

也满足  $\dots, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{0}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots$ ,  $\therefore m-$

$2 = \frac{2}{3}$  或  $m-2 = \frac{1}{2}$  或  $m-2=2$ ,  $\therefore m = \frac{8}{3}$  或  $m = \frac{5}{2}$  或  $m=4$  (舍去).

当  $m = \frac{8}{3}$  时,  $\frac{m}{m-2} = 4$ ,  $\frac{m-2}{m-3} = -2$ , 符合题意; 当  $m = \frac{5}{2}$  时,

$\frac{m}{m-2} = 5$ ,  $\frac{m-2}{m-3} = -1$ , 符合题意. 综上, 满足条件的  $m$  的值为  $\frac{8}{3}$

或  $\frac{5}{2}$ .

## 考点8 一元二次方程的应用

## 刷基础

1. A 【解析】根据题意列方程为  $12(1+x)^2=20$ , 故选 A.

2. B 【解析】根据题意得  $150(1-x)^2=90$ . 故选 B.

3. 54 【解析】设每千克这种商品应定价为  $x$  元. 根据题意可得,  $(x-40)[100+10(60-x)]=2\ 240$ , 解得  $x_1=54, x_2=56$ .  $\because$  销售量尽可能大,  $\therefore x=54$ , 故答案为 54.

4. A 【解析】由题意得,  $(40-x)(19-x)=352$ , 故选 A.

5. 0.6 【解析】设这些桌面的宽度为  $x$  m. 由题图(2)可得, 小桌的长为  $2x$  m, 中桌的长为  $3x$  m, 长桌的长为  $4x$  m,  $\therefore 2x^2 \times 3 + 3x^2 \times 2 + 4x^2 \times 2 = 7.2$ , 解得  $x = \pm 0.6$ .  $\because x > 0$ ,  $\therefore x = 0.6$ , 即这些桌面的宽度为 0.6 m. 故答案为 0.6.

6. C 【解析】设该兴趣小组的人数为  $x$ , 则每名成员需送出  $(x-1)$  张卡片. 依题意, 得  $x(x-1)=306$ , 解得  $x=18$  或  $x=-17$  (舍去), 即该小组的人数为 18, 故选 C.

7. 4.5 【解析】依题意得, 当  $d=20$  mm 时,  $20=8h^2-72h+182$ , 解得  $h_1=h_2=4.5$ , 故答案为 4.5.

## 刷易错

8.  $1+x+x^2=91$  【解析】依题意得, 支干的数量为  $x$  个, 小分支的数量为  $x^2$  个,  $\therefore$  根据题意可列出方程为  $1+x+x^2=91$ .

## 易错警示

注意区分主干、支干和小分支的数量, 主干的数量为 1 个, 支干的数量为  $x$  个, 小分支的数量为  $x^2$  个.

## 刷提升

1. B 【解析】根据题意列方程得  $1 \times m^2 + 6 \times m^1 + 5 \times m^0 = 96$ , 解得  $m_1=7, m_2=-13$  (舍去), 故选 B.

2. C 【解析】设每天“遗忘”的百分比为  $x$ , 则  $(1-x)^2 = \frac{1}{2}$ , 解得  $x \approx 0.293 = 29.3\%$  或  $x \approx 1.71$  (舍去). 故选 C.

3. 【解】(1) 设  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y=kx+b$ . 将  $x=25, y=150$  和  $x=30, y=100$  代入, 得  $\begin{cases} 150=25k+b, \\ 100=30k+b, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=-10, \\ b=400, \end{cases} \therefore y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y=-10x+400$ .

(2) 根据题意得  $(x-10)(-10x+400)=2\ 000$ , 解得  $x_1=20, x_2=30$ ,  $\therefore$  应将销售单价定为 20 元/件或 30 元/件.

4. 【解】(1)  $\because AB=x$  米,  $\therefore BC=(31+1-2x)$  米. 根据题意得,  $S=(31+1-2x)x=-2x^2+32x$ .  $\because 31+1-2x>0, x-1 \geq 0, \therefore x < 16, x \geq 1, \therefore x$  的取值范围为  $1 \leq x < 16, \therefore S=-2x^2+32x (1 \leq x < 16)$ .

(2) 根据题意得  $-2x^2 + 32x = 96$ ,

解得  $x_1 = 4, x_2 = 12$ .

答: 当  $AB$  为 12 米或 4 米时, 鸡舍的面积为 96 平方米.

(3) 根据题意得  $-2x^2 + 32x = 130$ ,

整理得  $x^2 - 16x + 65 = 0$ , 则  $\Delta = 16^2 - 4 \times 65 < 0$ ,  $\therefore$  方程没有实数根,  $\therefore$  鸡舍面积不能达到 130 平方米.

### ☆ 关键点拨

#### 求不等式组解集的法则

同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小无法找.

4. A 【解析】 $\begin{cases} x \geq m+3, \\ 5x-2 < 4x+1, \end{cases}$  解不等式  $5x-2 < 4x+1$ , 得  $x < 3$ .  $\therefore$  不

等式组有解,  $\therefore$  不等式组的解集为  $m+3 \leq x < 3$ .  $\therefore$  不等式组的整数解仅有 2 个,  $\therefore 0 < m+3 \leq 1$ , 解得  $-3 < m \leq -2$ , 故选 A.

5.  $a \geq 4$  【解析】 $\begin{cases} x+1 \geq 2x, ① \\ x+3 > a, ② \end{cases}$  由①得  $x \leq 1$ ; 由②得  $x > a-3$ .

$\therefore$  不等式组  $\begin{cases} x+1 \geq 2x, \\ x+3 > a \end{cases}$  无解,  $\therefore a-3 \geq 1$ , 解得  $a \geq 4$ , 故答案为

$a \geq 4$ .

6.  $m \geq 2$  【解析】解不等式  $x-m > 0$ , 得  $x > m$ ; 解不等式  $3x-4 > 2$ , 得  $x > 2$ . 已知不等式组的解集为  $x > m$ , 则  $m \geq 2$ . 故答案为  $m \geq 2$ .

7. 【解】(1) 设每个甲种书柜的价格是  $x$  元, 每个乙种书柜的价格是  $y$  元. 依题意得  $\begin{cases} 2x+3y=900, \\ 3x+4y=1\,250, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=150, \\ y=200. \end{cases}$

答: 每个甲种书柜的价格是 150 元, 每个乙种书柜的价格是 200 元.

(2) 设购买甲种书柜  $m$  个, 则购买乙种书柜  $(24-m)$  个. 依题意得  $\begin{cases} 24-m \geq m, \\ 150m+200(24-m) \leq 4\,300, \end{cases}$  解得  $10 \leq m \leq 12$ .

又  $\because m$  为正整数,  $\therefore m$  的最小值为 10,

$\therefore$  至少购买甲种书柜 10 个.

### 刷 易错

8. (1) 四  $x > -3$  不等式的基本性质 3 (2)  $x > -\frac{1}{5}$

【解析】(1) 解不等式①的过程中, 从第四步开始出现错误, 正确的计算结果是  $x > -3$ , 这一步的依据是不等式的基本性质 3.

故答案为四,  $x > -3$ , 不等式的基本性质 3.

(2) 解不等式②得  $x > -\frac{1}{5}$ ,

$\therefore$  原不等式组的解集为  $x > -\frac{1}{5}$ ,

故答案为  $x > -\frac{1}{5}$ .

### ☆ 易错警示

#### 解不等式的易错点

在不等式的两边乘(除以)同一个负数时, 一定要改变不等号的方向; 去分母时不等式两边都要乘相同的数, 不要漏项.

### 刷 素养

5. 【解】(1) 根据题意得,  $CP = t, AQ = 2t, \therefore CQ = 8 - 2t, \therefore S = \frac{1}{2}CP \cdot CQ = \frac{1}{2}t(8 - 2t) = -t^2 + 4t, \therefore S = -t^2 + 4t$ .

(2)  $\because \angle C = 90^\circ, AC = 8 \text{ cm}, BC = 4 \text{ cm}, S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}, \therefore -t^2 +$

$4t = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 8$ , 整理得  $t^2 - 4t + 4 = 0$ , 解得  $t_1 = t_2 = 2$ .

答:  $t$  的值为 2.

(3)  $\triangle PCQ$  的面积不可能是  $\triangle ABC$  面积的一半, 理由如下:

根据题意得  $-t^2 + 4t = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 8$ ,

整理得  $t^2 - 4t + 8 = 0. \therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 8 = -16 < 0, \therefore$  该方程没有实数根,  $\therefore \triangle PCQ$  的面积不可能是  $\triangle ABC$  面积的一半.

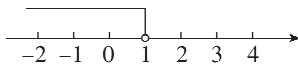
## 考点 9 不等式(组)

### 刷 基础

1. B 【解析】A 选项,  $\because a > b > 0, \therefore$  根据不等式的基本性质 3, 可知  $-a < -b < 0$ , 故 A 选项错误; B 选项,  $\because a > b > 0, \therefore$  根据不等式的基本性质 3, 可知  $-a < -b < 0$ , 故 B 选项正确; C 选项,  $\because a > b, \therefore$  根据不等式的基本性质 1, 可得  $a - b > 0$ , 故 C 选项错误; D 选项,  $\because b > 0, \therefore$  根据不等式的基本性质 1, 可得  $b - a > -a$ , 故 D 选项错误. 故选 B.

2. A 【解析】解不等式  $\frac{x+2}{3} < 1$  得  $x < 1$ ,

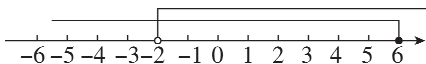
将解集在数轴上表示如图所示:



故选 A.

3. 【解】 $\begin{cases} x-6 \leq 0, ① \\ \frac{1}{2}(x-4)+3 > 0, ② \end{cases}$

解不等式①, 得  $x \leq 6$ ; 解不等式②, 得  $x > -2, \therefore$  不等式组的解集为  $-2 < x \leq 6$ . 在数轴上表示解集如图所示:



不等式组的所有整数解为  $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .



## 刷提升

1. D 【解析】 $\because$  不等式组  $\begin{cases} x > a, \\ x < b \end{cases}$  有解,  $\therefore a < b$ ,  $\therefore$  表示  $b$  的点可能为点  $D$ . 故选 D.

2. A 【解析】A 选项, 若  $a > b > 0$ , 则  $a^2 > b^2$ , 正确, 符合题意; B 选项, 当  $a > 0 > b$  时,  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 原说法错误, 不符合题意; C 选项, 若  $a > b > 0, c \neq 0$ , 则  $ac^2 > bc^2$ , 原说法错误, 不符合题意; D 选项, 若  $a > b, c > d$ , 则  $a + c > b + d$ , 原说法错误, 不符合题意. 故选 A.

3. B 【解析】设  $k = a - b$ . 解关于  $a$  和  $b$  的方程组  $\begin{cases} 2a - 3b = 4, \\ k = a - b, \end{cases}$  得

$$\begin{cases} a = 3k - 4, \\ b = 2k - 4. \end{cases} \text{ 根据题意得 } \begin{cases} 3k - 4 \geq -1, \\ 2k - 4 < 2, \end{cases} \text{ 解得 } 1 \leq k < 3, \text{ 即 } 1 \leq a - b < 3, \text{ 故选 B.}$$

4. 【解】由题图可知, 数轴上被墨汁覆盖的整数是  $-1, 0, 1, 2$ .

$$\text{解不等式组, 得 } \begin{cases} x > 3 - 3m, \\ x \leq 2n - 2. \end{cases}$$

$$\text{根据题意得 } \begin{cases} -2 \leq 3 - 3m < -1, \\ 2 \leq 2n - 2 < 3, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} \frac{4}{3} < m \leq \frac{5}{3}, \\ 2 \leq n < \frac{5}{2}. \end{cases}$$

## 刷素养

5. 【解】(1) 根据题意可知一辆购物车长 1.2 m, 每增加一辆购物车购物车列长度增加 0.2 m,  $\therefore n$  辆购物车叠放时长  $1.2 + 0.2(n - 1) = (0.2n + 1)$  m, 故答案为  $(0.2n + 1)$ .

(2)  $\because$  该超市直立电梯一次最多能转运 2 列长度均为 2.6 m 的购物车列,  $\therefore$  令  $0.2n + 1 = 2.6$ , 解得  $n = 8, 2 \times 8 = 16$  (辆).

答: 该超市直立电梯一次最多能转运 16 辆购物车.

(3) 设用扶梯电梯转运  $x$  次, 则用直立电梯转运  $(5 - x)$  次. 由 (2) 得直立电梯一次最多可以转运 16 辆购物车,

$$\therefore \begin{cases} 24x + 16(5 - x) \geq 100, \\ 5 - x \geq 0, \\ x \geq 0, \end{cases} \text{ 解得 } \frac{5}{2} \leq x \leq 5.$$

$\because x$  为整数,  $\therefore x$  取 3, 4, 5,  $\therefore 5 - x$  对应取 2, 1, 0,  $\therefore$  共有 3 种转运方案: ①用扶梯电梯运 3 次, 用直立电梯运 2 次; ②用扶梯电梯运 4 次, 用直立电梯运 1 次; ③用扶梯电梯运 5 次.

## C 检测验收练

## 刷速度

1. A 【解析】已知清酒  $x$  斗, 醕酒  $y$  斗, 由题意得  $\begin{cases} x + y = 5, \\ 10x + 3y = 30, \end{cases}$  故选 A.

2. D 【解析】 $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 10x + m = 0$  有两个相等的实数根,  $\therefore \Delta = (-10)^2 - 4m = 0$ , 解得  $m = 25$ . 故选 D.

3. B 【解析】设购买  $x$  支碳素笔,  $y$  支圆珠笔. 依题意得  $3x + 2y = 35$ ,  $\therefore y = \frac{35 - 3x}{2}$ . 又  $\because x, y$  均为正整数,  $\therefore \begin{cases} x = 1, \\ y = 16 \end{cases}$  或

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 13 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 5, \\ y = 10 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 7, \\ y = 7 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 9, \\ y = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 11, \\ y = 1, \end{cases} \therefore \text{ 共有 6 种购}$$

买方案. 故选 B.

4. D 【解析】由  $2a - b + c = 0$ , 得  $(a - b) + (a + c) = 0$ . 由  $3a - 2b + c > 0$ , 得  $2(a - b) + (a + c) > 0$ ,  $\therefore a - b > 0$ , 即  $a > b$ . 由  $(a - b) + (a + c) = 0$ , 得  $a + c = -(a - b) < 0$ ,  $\therefore b < a < -c$ , 故选 D.

5. B 【解析】解不等式  $x \geq -2x + 7$ , 得  $x \geq \frac{7}{3}$ ,

解不等式  $2x - \frac{x-1}{2} < a$ , 得  $x < \frac{2a-1}{3}$ .  $\because$  一元一次不等式组

$$\begin{cases} x \geq -2x + 7, \\ 2x - \frac{x-1}{2} < a \end{cases} \text{ 无解, } \therefore \frac{2a-1}{3} \leq \frac{7}{3}, \text{ 解得 } a \leq 4. \text{ 解分式方程}$$

$$\frac{3-ay}{y-2} + 2 = \frac{-1}{2-y}, \text{ 得 } y = \frac{2}{2-a}. \therefore \text{ 关于 } y \text{ 的分式方程 } \frac{3-ay}{y-2} + 2 = \frac{-1}{2-y}$$

有整数解,  $\therefore 2 - a = \pm 1$  或  $2 - a = \pm 2$ , 且  $\frac{2}{2-a} \neq 2$ ,  $\therefore a = 4$  或 3 或

0 或 1, 且  $a \neq 1$ ,  $\therefore a = 4$  或 3 或 0,  $\therefore$  符合条件的所有整数  $a$  的个数为 3, 故选 B.

6. 1 或 3 【解析】方程去分母, 得  $ax - 2 = 3(x - 2)$ , 去括号得  $ax - 2 = 3x - 6$ , 整理得  $(a - 3)x = -4$ .  $\because$  分式方程无解,  $\therefore$  ①当整式方程无解时,  $a - 3 = 0$ , 解得  $a = 3$ ; ②当分式方程有增根时,  $x - 2 = 0$ , 解得  $x = 2$ , 把  $x = 2$  代入  $(a - 3)x = -4$ , 得  $2(a - 3) = -4$ , 解得  $a = 1$ . 故答案为 1 或 3.

7. -6 【解析】 $\frac{ax+1}{3} - 2 = \frac{3-x}{2}$ , 去分母得  $2(ax+1) - 12 = 3(3-x)$ , 去括号得  $2ax + 2 - 12 = 9 - 3x$ , 移项、合并同类项得  $(2a+3)x = 19$ , 系数化为 1 得  $x = \frac{19}{2a+3}$ .  $\because$  该方程的解为整数,  $\therefore 2a + 3 = \pm 1$  或  $2a + 3 = \pm 19$ ,  $\therefore a$  的值为  $-1, -2, -11, 8$ ,  $\therefore$  满足条件的所有整数  $a$  的和为  $(-1) + (-2) + (-11) + 8 = -6$ . 故答案为 -6.

8.  $\sqrt{5}$  【解析】因为  $m, n$  是方程  $x^2 + x - 1 = 0$  的两个实数根, 所以  $m + n = -1, mn = -1$ , 所以  $\left| \frac{n}{m} - \frac{m}{n} \right| = \left| \frac{n^2 - m^2}{mn} \right| = |n - m|$ . 因为  $(n - m)^2 = (m + n)^2 - 4mn = 1 + 4 = 5$ , 所以  $|n - m| = \sqrt{5}$ . 故答案为  $\sqrt{5}$ .

9.  $\begin{cases} x = 13, \\ y = 5 \end{cases}$  【解析】方程组  $\begin{cases} 2a_1(x-1) + 3b_1(y+1) = 6c_1, \\ 2a_2(x-1) + 3b_2(y+1) = 6c_2 \end{cases}$  可变形

$$\text{为} \begin{cases} a_1 \cdot \frac{x-1}{3} + b_1 \cdot \frac{y+1}{2} = c_1, \\ a_2 \cdot \frac{x-1}{3} + b_2 \cdot \frac{y+1}{2} = c_2. \end{cases} \therefore \text{方程组} \begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1, \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases} \text{的解为}$$

$$\begin{cases} x=4, \\ y=3, \end{cases} \therefore \begin{cases} \frac{x-1}{3} = 1, \\ \frac{y+1}{2} = 2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=13, \\ y=5. \end{cases} \text{故答案为} \begin{cases} x=13, \\ y=5. \end{cases}$$

10. 【解】(1)  $x^2+x-3=0$ , 二次项系数  $a=1$ , 一次项系数  $b=1$ , 常数项  $c=-3$ , 则  $\Delta=b^2-4ac=1^2-4 \times 1 \times (-3)=13>0$ ,  $\therefore x$  为  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ ,  $\therefore x_1 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ .

(2) 解不等式①得,  $x \leq 2$ , 解不等式②得,  $x > -2$ ,  $\therefore$  不等式组的解集为  $-2 < x \leq 2$ , 则不等式组的整数解为  $-1, 0, 1, 2$ .

11. 【解】(1) 设每本甲种课外书的价格为  $x$  元, 则每本乙种课外书的价格为  $(1+\frac{1}{2})x = 1.5x$  (元). 根据题意得  $\frac{480}{x} - \frac{600}{1.5x} = 4$ , 解得  $x=20$ , 经检验,  $x=20$  是分式方程的解且符合题意.

答: 每本甲种课外书的价格为 20 元.

(2) 设购进  $y$  本乙种课外书, 则购进  $(50-y)$  本甲种课外书. 根据题意得  $20(50-y) + 20 \times 1.5y \leq 1\,300$ , 解得  $y \leq 30$ . 答: 该校最多可以购进 30 本乙种课外书.

12. 【解】(1) 设每张电影票的原定零售票价为  $x$  元. 根据题意

$$\text{可得, } \frac{5\,000}{x} = \frac{3\,200}{x-18},$$

解得  $x=50$ , 经检验,  $x=50$  是原方程的根且符合题意.

答: 每张电影票的原定零售票价为 50 元.

(2) 设平均每次降价的百分率为  $m$ . 由题意得  $50(1-m)^2 = 40.5$ ,

解得  $m_1=0.1=10\%$ ,  $m_2=1.9$  (不合题意, 舍去), 即平均每次降价的百分率为 10%.

13. 【解】(1) 设购进 1 台甲种农机和 1 台乙种农机各需  $x$  万元和  $y$  万元. 由题意, 得

$$\begin{cases} x+y=2, \\ 2x+3y=5.5, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=0.5, \\ y=1.5. \end{cases}$$

答: 购进 1 台甲种农机和 1 台乙种农机各需 0.5 万元和 1.5 万元.

(2) 设购进甲种农机  $m$  台, 则购进乙种农机  $(10-m)$  台. 由题意, 得  $9.5 \leq 0.5m + 1.5(10-m) \leq 12$ , 解得  $3 \leq m \leq 5.5$ .

$\therefore m$  为整数,  $\therefore m$  取 3, 4, 5,

$\therefore 10-m$  对应取 7, 6, 5,  $\therefore$  共有 3 种购买方案. 方案一: 购进甲种农机 3 台, 乙种农机 7 台; 方案二: 购进甲种农机 4 台, 乙种农机 6 台; 方案三: 购进甲种农机 5 台, 乙种农机 5 台.

## 第三章 函数

### A 湖南真题诊断练

#### 刷诊断

1. B 【解析】 $\therefore$  将点  $P(-3, 2)$  向右平移 3 个单位长度到  $P_1$  处,  $\therefore$  横坐标需加 3, 即  $-3+3=0$ , 纵坐标 2 保持不变,  $\therefore$  平移后的点  $P_1$  的坐标为  $(0, 2)$ . 故选 B.

2. D 【解析】A 选项, 当  $x=2$  时,  $y=1$ , 所以点  $(2, 2)$  不在函数  $y=\frac{2}{x}$  的图象上, 故本选项不符合题意; B 选项, 由  $y=\frac{2}{x}$  可知  $2>0$ , 所以它的图象位于第一、第三象限, 故本选项不符合题意; C 选项, 当  $x<0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 故本选项不符合题意; D 选项, 当  $x>0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 故本选项符合题意. 故选 D.

3. A 【解析】A 选项, 当  $x=0$  时,  $y=-1$ , 则它的图象与  $y$  轴交于点  $(0, -1)$ , 故本选项符合题意; B 选项,  $\therefore 2>0$ ,  $\therefore y$  随  $x$  的增大而增大, 故本选项不符合题意; C 选项, 当  $x>\frac{1}{2}$  时,  $y>0$ , 故本选项不符合题意; D 选项, 它的图象经过第一、三、四象限, 故本选项不符合题意. 故选 A.

4. D 【解析】 $\therefore$  反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k>0$ ) 的图象过点  $(1, 3)$ ,

$\therefore k=1 \times 3=3$ ,  $\therefore y=\frac{3}{x}$ . 设直线  $AB$  的表达式为  $y=mx+n$ ,

$$\therefore \begin{cases} 3=m+n, \\ 0=-m+n, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m=\frac{3}{2}, \\ n=\frac{3}{2}, \end{cases} \therefore \text{直线} AB \text{的表达式为} y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \text{联立} \begin{cases} y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}, \\ y=\frac{3}{x}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=1, \\ y=3 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x=-2, \\ y=-\frac{3}{2}, \end{cases} \therefore B(-2, -\frac{3}{2}).$$

设  $C(c, 0)$ .  $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times |c+1| \times \left(3+\frac{3}{2}\right) = 9$ , 解得  $c=3$  或  $c=-5$ ,  $\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(3, 0)$  或  $(-5, 0)$ , 故选 D.

5. C 【解析】 $\therefore$  点  $P(2a-4, a+3)$  在第二象限,  $\therefore \begin{cases} 2a-4<0, \\ a+3>0, \end{cases}$

$\therefore -3<a<2$ , 故选项 A 错误. 若点  $P(2a-4, a+3)$  为“整点”,  $-3<a<2$ , 则整数  $a$  为  $-2, -1, 0, 1$ , “整点”  $P$  为  $(-8, 1)$ ,  $(-6, 2)$ ,  $(-4, 3)$ ,  $(-2, 4)$ ,  $\therefore$  点  $P$  的个数为 4 个, 故选项 B 错误.

$\therefore \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}, \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}, \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}, \frac{4}{-2} = -2$ ,  $\therefore$  若  $P$  为“超整点”, 则点  $P$  的个数为 1 个, 故选项 C 正确.  $\therefore$  “超整点”  $P$